

文章编号: 1000-7598(2009)09-2633-10

水平简谐荷载作用下层状饱和土体动力响应

徐满清^{1, 2}, 金腊华¹, 黎剑华², 徐斌^{2, 3}, 陆建飞⁴

(1. 南昌大学 环境科学与工程学院, 南昌 330006; 2. 南昌工程学院 土木工程系, 南昌 330029;
3. 上海交通大学 土木工程系, 上海 200030; 4. 江苏大学 土木工程系, 镇江 212013)

摘要: 根据 Biot 波动理论, 采用传递、反射矩阵 (TRM) 方法研究了水平简谐荷载作用下层状饱和土动力响应问题。由 Helmholtz 矢量分解求出基本解, 再利用 TRM 法推导了层状饱和土动力响应, 并由数值 Hankel 逆变换得到层状土地基位移、应力及孔压在空间域内的解。利用计算结果与已有结果相比较, 二者相吻合, 验证了算法的正确性。算例分析表明, 水平简谐荷载作用在有软弱夹层的层状土体中比均质土中具有更显著的动力响应, 尤其是软夹层上下有硬土层时, 会引起软弱夹层土体孔隙水压升高、位移幅值增大、土体波动性增强; 而荷载作用硬夹层及夹层上下有软土层时, 情况则相反。

关键词: 水平简谐荷载; 层状饱和土; Biot 波动方程; Hankel 变换; TRM 法

中图分类号: O 319.56

文献标识码: A

Dynamic responses of a layered saturated soil subjected to harmonic horizontal loads

XU Man-qing^{1, 2}, JIAN La-hua¹, LI Jian-hua², XU Bin^{2, 3}, LU Jian-fei⁴

(1. College of Environmental Science and Engineering, Nanchang University, Nanchang 330006, China; 2. Department of Civil Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330029, China; 3. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;
4. Department of Civil Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Based on the Biot's theory, the dynamic responses for a multilayered poroelastic soil subjected to harmonic horizontal load is developed with the transmission and reflection matrices (TRM) method. Applying the Helmholtz vector decomposition and Hankel transformation, the general solutions for the displacements, the stresses and the pore pressure are derived from the governing equations of Biot's theory. Utilizing the transmission and reflection matrices (TRM) method, the transformed domain solutions for the multilayer saturated poroelastic soil subjected to harmonic horizontal load are established. Numerical results for the displacements, the pore pressures and the stresses are obtained by performing inverse Hankel transformation in the space domain. Some numerical examples and corresponding analysis are presented. The present methodology is validated by comparing solutions with some known results. According to the analysis, it is concluded that the occurrence of a softer middle layer subjected to a harmonic horizontal load in the layered half space enhances the horizontal displacement and pore pressure. Comparing with the homogeneous case, the response of the multi-layered half space tends to contain higher frequency components and exhibits larger magnitude.

Key words: harmonic horizontal load; layered saturated poroelastic soil; Biot's dynamic equation; Hankel transformation; TRM methods

1 引言

一般文献把地基土作为单相弹性介质, 而忽略了土体中水、土相的耦合问题。研究表明, 对沿海

的软土地基中的动荷载问题, 由于孔隙水压对土的液化及剪切破坏有很大影响, 因此, 必须把地基土处理成饱和土^[1]。层状土地基模型更接近于工程实际, 目前对于层状土有多种解法, 如: 薄层单元

收稿日期: 2008-01-16

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No.50578071); 江西省教育厅科学技术研究项目 (GJJ09367); 江西省科技支撑计划“城门山铜矿水患条件下岩体稳定与灾害控制研究” (2008)。

第一作者简介: 徐满清, 女, 1975 年生, 博士研究生, 主要从事动力引起的土体环境问题的研究。E-mail: xmq418@163.com

法^[2]、传递矩阵方法^[3]、精确刚度矩阵法^[4]等。但当层间厚度或土层参数相差较大,特别是在高速、高频动载作用下,利用上述方法极易出现线性方程组的病态问题。文中对此现象给出了计算模型。为克服上述缺点, Luco 和 Apsel^[5-6]首次提出传递、反射矩阵方法 (Transmission and Reflection Matrices Method) 并给出了弹性层状土在移动点荷载作用下的解。陆建飞等^[7]利用 TRM 方法研究了饱和层状土体内部作用垂直方向点源荷载时的动力响应。徐斌等^[8]利用 TRM 方法研究了三维饱和层状土体表面受移动荷载下的时间域解。目前考虑高频、空间饱和和层状土体内部作用水平方向简谐荷载的动力响应问题研究的文献还较少。

在上述研究基础上,根据 Biot 理论^[9],采用 TRM 法研究水平简谐荷载作用下层状饱和土的动力响应。首先由 Helmholtz 矢量分解及 Hankel 变换求出频率-波数域基本解,再利用 TRM 法,把各层未知系数由荷载作用层上行、下行波矢量表示,推导了层状饱和土动力响应,最后由数值 Hankel 逆变换得到层状土地基位移、应力及孔压在空间域内的解。利用文中计算方法与已有结果比较,验证了此算法的正确性。

2 饱和土体的基本方程

2.1 饱和土体控制方程

根据 Biot 理论^[9],饱和孔隙介质及孔隙流体的动量守恒方程分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu u_{i,jj} + (\lambda + \alpha^2 M + \mu) u_{j,ii} - \alpha M w_{j,ji} &= (\rho \dot{u}_i + \rho_f \dot{w}_i) \\ \alpha M u_{j,ji} + M w_{j,ji} &= \rho_f \ddot{u}_i + m \ddot{w}_i + b \dot{w}_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: u_i , w_i ($i=1-3$) 分别为土骨架的位移及流体相对于土骨架的渗透位移,位移上方的点表示对时间的导数; λ , μ 为 Lamé 常数; α , M 分别为 Biot 土骨架、水相压缩参数; ρ , ρ_f 为饱和土及孔隙水密度; f 为孔隙率; $m = a_\infty \rho_f / f$, a_∞ 为孔隙介质弯曲系数; b 表示与孔隙流体的黏度和土体的渗透系数有关的量。

饱和土体及孔隙水的本构方程分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= \lambda e \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) - \alpha \delta_{ij} p \\ p &= -\alpha M e + M \theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $e = u_{i,j}$, $\theta = -w_{i,j}$ 分别为土骨架的体积应变及单位体积孔隙介质中流体体积的增量; σ_{ij} , p 分

别为土体总应力分量及孔隙水压。

2.2 控制方程求解

为得到频域内饱和土控制方程通解,对时间到频率 $t \rightarrow \omega$ 的 Fourier 变换定义为

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \\ f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: 上标 $-$ 表示 $t \rightarrow \omega$ 的 Fourier 变换域的值。

对式 (1)、(2) 进行 Fourier 变换,可得频域内的控制方程,相应地以下的计算均在频域范围内进行。利用 Helmholtz 矢量分解的方法,考虑到饱和土体中存在两种 P 波 (P1 和 P2), u_i 可表示为

$$\bar{u}_i = \bar{\varphi}_{f,i} + e_{ijk} \bar{\psi}_{k,j} = \bar{\varphi}_{f,i} + \bar{\varphi}_{s,i} + e_{ijk} \bar{\psi}_{k,j} \quad (4)$$

式中: φ_f 、 φ_s 为 P1 和 P2 波的标量势; ψ_k 为剪切波的矢量势。

由文献^[11]可知,根据 Bonnet^[12]的分析,孔隙水压力有如下形式

$$\bar{p}_f = A_f \bar{\varphi}_{f,ii} + A_s \bar{\varphi}_{s,ii} \quad (5)$$

其中 A_f 、 A_s 由下式确定^[11]

$$A_{f,s}^2 + \frac{\beta_2 - (\lambda + 2\mu)\beta_4 - \beta_1\beta_3}{\beta_1\beta_4} A_{f,s} + \frac{(\lambda + 2\mu)\beta_3}{\beta_1\beta_4} = 0 \quad (6)$$

式中: $\beta_1 = \alpha - \rho_f \omega^2 / \beta_5$, $\beta_2 = \rho \omega^2 - \rho_f^2 \omega^4 / \beta_5$,

$$\beta_3 = \rho_f \omega^2 - \alpha \beta_5, \quad \beta_4 = \beta_5 / M, \quad \beta_5 = m \omega^2 - i b \omega。$$

在柱坐标下,土骨架和流体的 Helmholtz 矢量势函数 ψ_k 可退化为两个标量势函数 χ 、 η 。势函数 φ_f 、 φ_s 、 χ 、 η 满足柱坐标下的 Helmholtz 方程^[11]

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \bar{\varphi}_f + k_f^2 \bar{\varphi}_f &= 0 \\ \nabla^2 \bar{\varphi}_s + k_s^2 \bar{\varphi}_s &= 0 \\ \nabla^2 \bar{\chi} + k_t^2 \bar{\chi} &= 0 \\ \nabla^2 \bar{\eta} + k_t^2 \bar{\eta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 k_f 、 k_s 、 k_t 为饱和土中 P1、P2 波和 S 波的复波数。且 $k_f^2 = (\beta_4 A_f - \beta_3) / A_f$, $k_s^2 = (\beta_4 A_s - \beta_3) / A_s$, $k_t^2 = \beta_2 / \mu$ 。

对于半空间内部作用的任意力,势函数、位移、应力、孔压可展开成如下级数形式^[11]

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{\varphi}_f(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\varphi}_{fm}(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{\varphi}_s(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\varphi}_{sm}(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{\chi}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\chi}_m(r, z, \omega) \sin(m\theta) \\
 \bar{\eta}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\eta}_m(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{u}_r(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{u}_{rm}(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{u}_\theta(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{u}_{\theta m}(r, z, \omega) \sin(m\theta) \\
 \bar{p}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{p}_m(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{\sigma}_{zz}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{zzm}(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{\sigma}_{z\theta}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{z\theta m}(r, z, \omega) \sin(m\theta) \\
 \bar{\sigma}_{rr}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{rrm}(r, z, \omega) \cos(m\theta) \\
 \bar{\sigma}_{\theta\theta}(r, \theta, z, \omega) &= \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{\theta\theta m}(r, z, \omega) \cos(m\theta)
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

m 为级数的阶数。

在柱坐标下，求解半空间饱和土的基本解，需涉及 Hankel 变换， m 阶 Hankel 变换定义为^[13]

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{f}^{(m)}(\xi) &= \int_0^{+\infty} r f(r) J_m(\xi r) dr \\
 f(r) &= \int_0^{+\infty} \xi \tilde{f}^{(m)}(\xi) J_m(\xi r) d\xi
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中 $J_m(\cdot)$ 为 m 阶第 1 类贝塞尔函数。

把式 (8) 中的 m 阶势函数代入土骨架和流体的 Helmholtz 方程，并对柱坐标 r 进行 m 阶 Hankel 变换，同时考虑到水平圆形荷载时，级数展开中仅有 $m=1$ 一项，其他项为 0。再由式 (7)、(1)、(2) 可得到 $(\xi - \omega)$ 域位移、应力、孔压有如下形式：

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_r^{(2)} + \tilde{u}_\theta^{(2)} &= -\xi(ae^{\gamma_f z} + be^{-\gamma_f z} + ce^{\gamma_s z} + de^{-\gamma_s z}) + \\
 &\quad \xi(ee^{\gamma_f z} + fe^{-\gamma_f z}) - \xi\gamma_t(ge^{\gamma_f z} - he^{-\gamma_f z}) \\
 \tilde{u}_r^{(0)} - \tilde{u}_\theta^{(0)} &= \xi(ae^{\gamma_f z} + be^{-\gamma_f z} + ce^{\gamma_s z} + de^{-\gamma_s z}) + \\
 &\quad \xi(ee^{\gamma_f z} + fe^{-\gamma_f z}) + \xi\gamma_t(ge^{\gamma_f z} - he^{-\gamma_f z}) \\
 \tilde{u}_z^{(1)} &= \gamma_f(ae^{\gamma_f z} - be^{-\gamma_f z}) + \gamma_s(ce^{\gamma_s z} - de^{-\gamma_s z}) + \\
 &\quad \xi^2(ge^{\gamma_f z} + he^{-\gamma_f z}) \\
 \tilde{p}^{(1)} &= -A_f k_f^2(ae^{\gamma_f z} + be^{-\gamma_f z}) - A_s k_s^2(ce^{\gamma_s z} + de^{-\gamma_s z}) \\
 \tilde{\sigma}_{zr}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{z\theta}^{(2)} &= \mu \left(\frac{d\tilde{u}_r^{(2)}}{dz} + \frac{d\tilde{u}_\theta^{(2)}}{dz} \right) - \mu \xi \tilde{u}_z^{(1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{\sigma}_{zr}^{(0)} - \tilde{\sigma}_{z\theta}^{(0)} &= \mu \left(\frac{d\tilde{u}_r^{(0)}}{dz} - \frac{d\tilde{u}_\theta^{(0)}}{dz} \right) + \mu \xi \tilde{u}_z^{(1)} \\
 \tilde{\sigma}_{zz}^{(1)} &= 2\mu \frac{d\tilde{u}_z^{(1)}}{dz} + \lambda \left[(\gamma_f - \xi^2)(ae^{\gamma_f z} + be^{-\gamma_f z}) + \right. \\
 &\quad \left. (\gamma_s - \xi^2)(ce^{\gamma_s z} + de^{-\gamma_s z}) \right] - \alpha \tilde{p}
 \end{aligned} \quad (10)$$

3 水平荷载下层状饱和土的 TRM 法

图 1 所示一个均布的 x 方向的圆形简谐荷载，其圆心在 z 轴，圆的半径为 a ，作用在离多层饱和土表面的距离为 s 内。该简谐荷载的合力为 $Pe^{i\omega t}$ ，其作用面积为 A 。

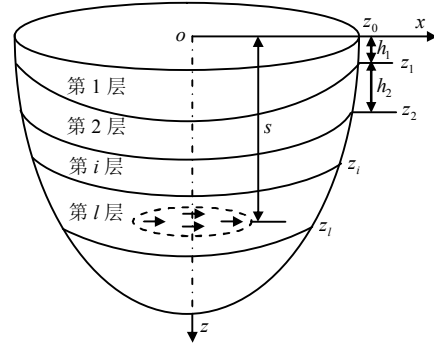


图 1 层状饱和土受水平荷载作用示意图

Fig.1 Configuration of a multi-layered poroelastic soil subjected to harmonic horizontal load

由基本解可知，层状土各层有 8 个未知系数 a, c, e, g, b, d, f, h 。为形成 TRM 法，第 j 层层状土的应力、位移、孔压等在频域-波数域内的解可将基本解中未知系数 a, c, e, g, b, d, f, h 分别替换为 $a^{(j)}e^{-\gamma_f^{(j)}z_j}, c^{(j)}e^{-\gamma_s^{(j)}z_j}, e^{(j)}e^{-\gamma_f^{(j)}z_j}, g^{(j)}e^{-\gamma_s^{(j)}z_j}, b^{(j)}e^{\gamma_f^{(j)}z_{j-1}}, d^{(j)}e^{\gamma_s^{(j)}z_{j-1}}, f^{(j)}e^{\gamma_f^{(j)}z_{j-1}}, h^{(j)}e^{\gamma_s^{(j)}z_{j-1}}$ (z_j, z_{j-1} 为第 j 层层状土上、下表面距顶面的距离)，同时用第 j 层的土体参数代替通解中相应的土体的值而求得。由此可知， N 层有 $8 \times N$ 个未知系数，采用传递矩阵等方法需求解 $8 \times N$ 个大型线性方程组。对于高频动力问题，方程组中较多元素不可避免出现极小值或 0 的情况，导致方程组存在病态问题，从而影响计算结果的精度。而采用 TRM 矩阵方法，能使层状土各层 8 个未知系数最终都由荷载作用层 4 个未知系数来表示，从而避免求解大型线性方程组，计算结果更准确。其主要推导公式如下。

第 j 层层状土的应力、位移、孔压等在频域-波数域内的解表示为

$$\Psi^{(j)}(\xi, z_j, \omega)_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} D_d^{(j)}(\xi, \omega)_{4 \times 4} & D_u^{(j)}(\xi, \omega)_{4 \times 4} \\ S_d^{(j)}(\xi, \omega)_{4 \times 4} & S_u^{(j)}(\xi, \omega)_{4 \times 4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_d^{(j)}(\xi, z_j, \omega)^T & W_u^{(j)}(\xi, z_j, \omega)^T \end{bmatrix}^T$$

$$\Psi^{(j)}(\xi, z_j, \omega)_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_r^{(j)(2)} + \tilde{u}_\theta^{(j)(2)}, \tilde{u}_r^{(j)(0)} - \tilde{u}_\theta^{(j)(0)}, \tilde{u}_z^{(j)}, \\ \tilde{w}_z^{(j)}, \tilde{\sigma}_{zr}^{(j)(2)} + \tilde{\sigma}_{z\theta}^{(j)(2)}, \tilde{\sigma}_{zr}^{(j)(0)} - \tilde{\sigma}_{z\theta}^{(j)(0)}, \tilde{\sigma}_{zz}^{(j)}, \tilde{p}^{(j)} \end{bmatrix}^T$$

式中:

$$W_d^{(j)}(\xi, z_j, \omega) = \begin{bmatrix} b^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_f^j(z-z_{j-1})} d^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_s^j(z-z_{j-1})} \\ f^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_f^j(z-z_{j-1})} h^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_s^j(z-z_{j-1})} \end{bmatrix}^T$$

$$W_u^{(j)}(\xi, z_j, \omega) = \begin{bmatrix} a^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_f^j(z-z_{j-1})} c^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_s^j(z-z_{j-1})} \\ e^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_f^j(z-z_{j-1})} g^{(j)}(\xi, \omega) e^{-\gamma_s^j(z-z_{j-1})} \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

由式(11)可知,第 j 层未知系数可用该层下、上行波矢量 $W_d^{(j)}(\xi, z_{j-1}, \omega)$ 、 $W_u^{(j)}(\xi, z_j, \omega)$ 表示:

$$\left. \begin{aligned} W_d^{(j)}(\xi, z_{j-1}, \omega) &= \begin{bmatrix} b^{(j)}(\xi, \omega) d^{(j)}(\xi, \omega) f^{(j)}(\xi, \omega) \\ h^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix}^T \\ W_u^{(j)}(\xi, z_j, \omega) &= \begin{bmatrix} a^{(j)}(\xi, \omega) c^{(j)}(\xi, \omega) e^{(j)}(\xi, \omega) \\ g^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix}^T \\ W_d^{(j)}(\xi, z, \omega) &= E^{(j)}(\xi, z-z_{j-1}, \omega) W_d^{(j)}(\xi, z_{j-1}, \omega) \\ W_u^{(j)}(\xi, z, \omega) &= E^{(j)}(\xi, z_j-z, \omega) W_u^{(j)}(\xi, z_j, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\text{式中 } E^{(j)}(h) = \begin{bmatrix} e^{-\gamma_f^j h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_s^j h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\gamma_f^j h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\gamma_s^j h} \end{bmatrix}, \quad j=1, 2, \dots, N。$$

对于有荷载作用的第 l 土层,考虑到荷载作用面上下土体响应有跳跃性,因此上行、下行波矢量 $W_d^{(l)}(\xi, z_{j-1}, \omega)$ 、 $W_u^{(l)}(\xi, z_j, \omega)$ 有特殊的表达式。第 l 层层状土任意函数可表示为

$$\left. \begin{aligned} a^{(l)}(\xi, \omega) &= a^{(l)}(\xi, \omega) + H(s-z) a^{(l2)}(\xi, \omega) \\ c^{(l)}(\xi, \omega) &= c^{(l)}(\xi, \omega) + H(s-z) c^{(l2)}(\xi, \omega) \\ e^{(l)}(\xi, \omega) &= e^{(l)}(\xi, \omega) + H(s-z) e^{(l2)}(\xi, \omega) \\ g^{(l)}(\xi, \omega) &= g^{(l)}(\xi, \omega) + H(s-z) g^{(l2)}(\xi, \omega) \\ b^{(l)}(\xi, \omega) &= b^{(l)}(\xi, \omega) + H(z-s) b^{(l2)}(\xi, \omega) \\ d^{(l)}(\xi, \omega) &= d^{(l)}(\xi, \omega) + H(z-s) d^{(l2)}(\xi, \omega) \\ f^{(l)}(\xi, \omega) &= f^{(l)}(\xi, \omega) + H(z-s) f^{(l2)}(\xi, \omega) \\ h^{(l)}(\xi, \omega) &= h^{(l)}(\xi, \omega) + H(z-s) h^{(l2)}(\xi, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: l 为荷载作用点的坐标;上标1,2为任意函数的两个部分; $H(\cdots)$ 为Heaviside函数。

在载荷作用面上应力、位移、孔压满足连续性条件。即

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{zr1}^{(0)} - \tilde{\sigma}_{z\theta1}^{(0)} \Big|_{z=s^-} - \tilde{\sigma}_{zr1}^{(0)} - \tilde{\sigma}_{z\theta1}^{(0)} \Big|_{z=s^+} &= -\frac{2J_1(R\xi)}{\pi R\xi} \\ (\tilde{\sigma}_{zr1}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{z\theta1}^{(2)}) \Big|_{z=s^-} - (\tilde{\sigma}_{zr1}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{z\theta1}^{(2)}) \Big|_{z=s^+} &= 0 \\ \tilde{\sigma}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=s^-} - \tilde{\sigma}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=s^+} &= 0 \\ (\tilde{u}_{r1}^{(2)} + \tilde{u}_{\theta1}^{(2)}) \Big|_{z=s^-} - (\tilde{u}_{r1}^{(2)} + \tilde{u}_{\theta1}^{(2)}) \Big|_{z=s^+} &= 0 \\ (\tilde{u}_{r1}^{(0)} - \tilde{u}_{\theta1}^{(0)}) \Big|_{z=s^-} - (\tilde{u}_{r1}^{(0)} - \tilde{u}_{\theta1}^{(0)}) \Big|_{z=s^+} &= 0 \\ \tilde{u}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=s^-} - \tilde{u}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=s^+} &= 0 \\ \tilde{w}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=s^-} - \tilde{w}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=s^+} &= 0 \\ \tilde{p}^{(1)} \Big|_{z=s^-} - \tilde{p}^{(1)} \Big|_{z=s^+} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由式(14)、(11)、(12)可得

$$\left. \begin{aligned} [b^{l2}(\xi, \omega), d^{l2}(\xi, \omega), f^{l2}(\xi, \omega), h^{l2}(\xi, \omega)]^T &= E^{(l)}(z_{l-1}-s) \Gamma_d(\xi, \omega) \\ [a^{l2}(\xi, \omega), c^{l2}(\xi, \omega), e^{l2}(\xi, \omega), g^{l2}(\xi, \omega)]^T &= E^{(l)}(s-z_l) \Gamma_u(\xi, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中 $\Gamma_d(\xi, \omega)$ 、 $\Gamma_u(\xi, \omega)$ 可由荷载作用面连续条件得出:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_d(\xi, \omega) &= -\frac{2J_1(R\xi)}{\pi R\xi} [\tau_{12}, \tau_{22}, \tau_{32}, \tau_{42}]^T \\ \Gamma_u(\xi, \omega) &= -\frac{2J_1(R\xi)}{\pi R\xi} [v_{12}, v_{22}, v_{32}, v_{42}]^T \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

τ_{i2} 、 $v_{j2}(i, j=1 \sim 4)$ 是矩阵 $\tau = -[S_d - S_u D_u D_d]^{-1}$ 、 $v = D_u^{-1} D_d \tau$ 的第 i 行第2列。

由式(12)、(13)、(15)可得第 l 土层上行、下行波矢量可表示为

$$\left. \begin{aligned} W_d^{(l)}(\xi, z, \omega) &= E^{(l)}(z-z_{l-1}) [b^{l1}(\xi, \omega), d^{l1}(\xi, \omega), f^{l1}(\xi, \omega), h^{l1}(\xi, \omega)]^T + (z-s) E^{(l)}(z_{l-1}-s) T_d(\xi, \omega) \\ W_u^{(l)}(\xi, z, \omega) &= E^{(l)}(z_l-z) [a^{l1}(\xi, \omega), c^{l1}(\xi, \omega), e^{l1}(\xi, \omega), g^{l1}(\xi, \omega)]^T + H(s-z) E^{(l)}(s-z) T_u(\xi, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

对于非荷载作用其他各层土，由于土层之间无相对位移，因此，相邻的土层在界面上也应满足应力、位移、孔压的连续性条件。在变换域的层间连续条件为

$$\Psi^{(j)}(\xi, z_j, \omega) = \Psi^{(j+1)}(\xi, z_j, \omega) \quad j=1, 2, \dots, N \quad (18)$$

将式 (18) 代入式 (11) 可得：

$$\begin{bmatrix} -D_d^{(j+1)} & D_u^{(j)} \\ -S_d^{(j+1)} & S_u^{(j)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_d^{(j+1)}(z_j) \\ W_u^{(j)}(z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_d^{(j)} & D_u^{(j+1)} \\ -S_d^{(j)} & S_u^{(j+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_d^{(j)}(z_j) \\ W_u^{(j+1)}(z_j) \end{bmatrix} \quad (19)$$

对上式进行矩阵逆运算：

$$\begin{bmatrix} W_d^{(j+1)}(z_j) \\ W_u^{(j)}(z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_d^{(j)}(\xi, \omega) & R_u^{(j)}(\xi, \omega) \\ R_d^{(j)}(\xi, \omega) & T_u^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_d^{(j)}(z_j) \\ W_u^{(j+1)}(z_j) \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中： $R_d^{(j)}(\xi, \omega)$ 、 $R_u^{(j)}(\xi, \omega)$ 、 $T_d^{(j)}(\xi, \omega)$ 、 $T_u^{(j)}(\xi, \omega)$ 分别为上行、下行波反射、透射矩阵；

$$\begin{bmatrix} T_d^{(j)}(\xi, \omega) & R_u^{(j)}(\xi, \omega) \\ R_d^{(j)}(\xi, \omega) & T_u^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_d^{(j+1)} & D_u^{(j)} \\ -S_d^{(j+1)} & S_u^{(j)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -D_d^{(j)} & D_u^{(j+1)} \\ -S_d^{(j)} & S_u^{(j+1)} \end{bmatrix}.$$

为简化分析，定义如下矩阵并对上行、下行波反射、透射矩阵进行一般化

$$\begin{bmatrix} T_{dc}^{(j)}(\xi, \omega) & R_{uc}^{(j)}(\xi, \omega) \\ R_{dc}^{(j)}(\xi, \omega) & T_{uc}^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_d^{(j)}(\xi, \omega) & R_u^{(j)}(\xi, \omega) \\ R_d^{(j)}(\xi, \omega) & T_u^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E^{(j)}(h_j) & 0 \\ 0 & E^{(j+1)}(h_{j+1}) \end{bmatrix} \quad j=1, 2, \dots, N \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \overset{g}{T}_{dc}^{(j)}(\xi, \omega) & \overset{g}{R}_{uc}^{(j)}(\xi, \omega) \\ \overset{g}{R}_{dc}^{(j)}(\xi, \omega) & \overset{g}{T}_{uc}^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overset{g}{T}_d^{(j)}(\xi, \omega) & \overset{g}{R}_u^{(j)}(\xi, \omega) \\ \overset{g}{R}_d^{(j)}(\xi, \omega) & \overset{g}{T}_u^{(j)}(\xi, \omega) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E^{(j)}(h_j) & 0 \\ 0 & E^{(j+1)}(h_{j+1}) \end{bmatrix} \quad j=1, 2, \dots, N \quad (22)$$

式中 $\overset{g}{R}_d^{(j)}(\xi, \omega)$ 、 $\overset{g}{R}_u^{(j)}(\xi, \omega)$ 、 $\overset{g}{T}_d^{(j)}(\xi, \omega)$ 、 $\overset{g}{T}_u^{(j)}(\xi, \omega)$ 可由以下的推导求得：

假定层状土表面透水且不受外载，则在顶层 $z=0$ 边界条件：

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{zr1}^{(0)} - \tilde{\sigma}_{z\theta1}^{(0)} \Big|_{z=0} &= 0, \quad (\tilde{\sigma}_{zr1}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{z\theta1}^{(2)}) \Big|_{z=0} = 0 \\ \tilde{\sigma}_{zz1}^{(1)} \Big|_{z=0} &= 0, \quad \tilde{p}^{(1)} \Big|_{z=0} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

由式 (23)、(20) 可得如下关系

$$S_d^{(1)}(\xi, \omega) W_d^{(1)}(\xi, \omega, z_0) = S_u^{(1)}(\xi, \omega) W_u^{(1)}(\xi, \omega, z_0) \quad (24)$$

则有

$$W_d^{(1)}(\xi, z_0, \omega) = R_u^{(0)}(\xi, \omega) W_u^{(1)}(\xi, z_0, \omega) \quad (25)$$

$$\text{其中} \quad R_u^{(0)}(\xi, \omega) = [S_d^{(1)}(\xi, \omega)]^{-1} S_u^{(1)}(\xi, \omega)$$

若第 1 层不受荷载，又 $z=z_1$ 连续性条件

$$W_u^{(1)}(\xi, z_1, \omega) = R_d^{(1)}(\xi, \omega) E^{(1)}(h_1) W_d^{(1)}(\xi, z_0, \omega) + T_u^{(1)}(\xi, \omega) W_u^{(2)}(\xi, z_1, \omega) \quad (26)$$

由式 (25)、(26) 可得如下关系：

$$\left. \begin{aligned} W_u^{(1)}(\xi, z_1, \omega) &= \overset{g}{T}_u^{(1)}(\xi, \omega) W_u^{(2)}(\xi, z_1, \omega) \\ W_d^{(1)}(\xi, z_0, \omega) &= \overset{g}{R}_{uc}^{(0)}(\xi, \omega) W_u^{(1)}(\xi, z_1, \omega) \\ \overset{g}{T}_u^{(1)}(\xi, \omega) &= (I - \overset{g}{R}_{dc}^{(1)} \overset{g}{R}_{uc}^{(0)}(\xi, \omega))^{-1} T_u^{(1)} \\ \overset{g}{R}_{uc}^{(0)} &= R_u^{(0)} E^{(1)}(h_1) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中： I 为 4×4 单位矩阵。

从式 (27) 中可以看出，第 1 层 $W_u^{(1)}(\xi, z_1, \omega)$ 、 $W_d^{(1)}(\xi, z_0, \omega)$ 都可由第 2 层的上行波矢量 $W_u^{(2)}(\xi, z_1, \omega)$ 来表示。同理，由 $z=z_1$ 连续性条件及第 2 层不受荷载，把式 (27) 代入式 (20) 中，则第 2 层的 $W_d^{(2)}(\xi, z_1, \omega)$ 也可由第 2 层的上行波矢量 $W_u^{(2)}(\xi, z_1, \omega)$ 来表示。

$$\begin{aligned} W_d^{(2)}(\xi, z_1, \omega) &= \overset{g}{R}_{uc}^{(1)}(\xi, \omega) W_u^{(2)}(\xi, z_2, \omega) \\ \overset{g}{R}_{uc}^{(1)}(\xi, \omega) &= \left[T_{dc}^{(1)}(\xi, \omega) \overset{g}{R}_{uc}^{(0)} \overset{g}{T}_u^{(1)}(\xi, \omega) + \right. \\ &\quad \left. R_u^{(1)}(\xi, \omega) \right] E^{(2)}(h_2) \end{aligned} \quad (28)$$

再由 $z=z_2$ 连续性条件

$$\left. \begin{aligned} W_u^{(2)}(\xi, \omega, z_2) &= \overset{g}{T}_u^{(2)}(\xi, \omega) W_u^{(3)}(\xi, \omega, z_2) \\ \overset{g}{T}_u^{(2)}(\xi, \omega) &= (I - \overset{g}{R}_{dc}^{(2)} \overset{g}{R}_{uc}^{(1)}(\xi, \omega))^{-1} T_u^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

同样第 2 层 $W_u^{(2)}(\xi, \omega, z_2)$ 、 $W_d^{(2)}(\xi, \omega, z_1)$ 都可由第 3 层的上行波矢量 $W_u^{(3)}(\xi, \omega, z_2)$ 来表示。从第

1层直到荷载所在上一层即第 $l-1$ 的上行、下行波矢量都可由第 l 层的上行波矢量 $W_u^{(l)}(\xi, \omega, z_l)$ 来表示

$$\begin{aligned} W_u^{(j)}(\xi, \omega, z_j) &= T_u^{(j)}(\xi, \omega) T_u^{(j+1)}(\xi, \omega) \cdots \cdots \\ &T_u^{(l-2)}(\xi, \omega) T_u^{(l)}(\xi, \omega, z_{l-1}) \\ W_d^{(j)}(\xi, \omega, z_{j-1}) &= R_{uc}^{(j)}(\xi, \omega) W_u^{(j)}(\xi, \omega, z_j) \\ T_u^{(j)}(\xi, \omega) &= (I - R_{dc}^{(j)} R_{uc}^{(j-1)}(\xi, \omega))^{-1} T_u^{(j-1)}(\xi, \omega) \\ R_u^{(j)} &= R_u^{(j)}(\xi, \omega) + T_{dc}^{(j)}(\xi, \omega) R_{uc}^{(j-1)}(\xi, \omega) T_u^{(j)}(\xi, \omega) \\ j &= 1, 2, \cdots, l-1 \end{aligned} \quad (30)$$

同样则第 l 层的 $W_d^{(l)}(\xi, \omega, z_{l-1})$ 也可由第 l 层的上行波矢量 $W_u^{(l)}(\xi, \omega, z_{l-1})$ 来表示

$$W_d^{(l)}(\xi, \omega, z_{l-1}) = R_u^{(l-1)}(\xi, \omega) W_u^{(l)}(\xi, \omega, z_{l-1}) \quad (31)$$

另外考虑到层状土下半限空间的散射条件有

$$W_u^{(n+1)}(\xi, \omega, z) = 0 \quad (32)$$

同样利用层间连续性条件, 对于在荷载作用以下的各层土有

$$\begin{aligned} W_d^{(j)}(\xi, \omega, z_{j-1}) &= T_{de}^{(j-1)} T_{de}^{(j-2)} \cdots T_{de}^{(2)} T_{de}^{(1)} W_d^{(1)}(\xi, \omega, z_1) \\ W_u^{(j)}(\xi, \omega, z_j) &= R_d^{(j)} W_d^{(j)}(\xi, \omega, z_j) \\ R_d^{(j)} &= R_d^{(j)} + T_{uc}^{(j)} R_{dc}^{(j+1)} T_{de}^{(j)} \\ T_d^{(j)} &= (I - R_{uc}^{(j)} R_{dc}^{(j+1)})^{-1} T_d^{(j)} \\ j &= l, l+1, \cdots, N \end{aligned} \quad (33)$$

同样则第 l 层的 $W_u^{(l)}(\xi, \omega, z_l)$ 也可由第 l 层的下行波矢量 $W_d^{(l)}(\xi, \omega, z_l)$ 来表示

$$W_u^{(l)}(\xi, \omega, z_l) = R_u^{(l)} W_d^{(l)}(\xi, \omega, z_l) \quad (34)$$

由式(30)、(34)可得荷载作用所在层的8个任意函数

$$\begin{aligned} [b^{(l)}(\xi, \omega), d^{(l)}(\xi, \omega), f^{(l)}(\xi, \omega), h^{(l)}(\xi, \omega)]^T &= \\ (I - R_{uc}^{(l-1)} R_{dc}^{(l)})^{-1} &\left[R_u^{(l-1)} E^{(l)}(s - z_{l-1}) \Gamma_u + R_{uc}^{(l-1)} R_d \times \right. \\ &\left. E^{(l)}(z_l - s) \Gamma_d \right] \\ [a^{(l)}(\xi, \omega), c^{(l)}(\xi, \omega), e^{(l)}(\xi, \omega), g^{(l)}(\xi, \omega)]^T &= \\ (I - R_{dc}^{(l)} R_{uc}^{(l-1)})^{-1} &\left[R_d^{(l)} E^{(l)}(z_l - s) \Gamma_d + R_{dc}^{(l)} R_u^{(l-1)} \times \right. \\ &\left. E^{(l)}(s - z_{l-1}) \Gamma_u \right] \end{aligned} \quad (35)$$

再由式(20)可求出其他任意层的8个未知函数。

4 算例与分析

为得到层状土位移、应力及孔压在空间域内的解, 可由式进行数值 Hankel 逆变换得到, 由于饱和土体中不等于0, 式可直接进行数值无穷积分, 具体方法可参照文献[14]。

4.1 算例1

当层状土的各层土参数值相同时, 则层状土退化为均质土。考察3层层状饱和土模型, 饱和土参数值为: $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)}=1:1:1$, $\mu^{(3)}=3.0 \times 10^7 \text{ Pa}$, $\rho_s^{(1)}=\rho_s^{(2)}=\rho_s^{(3)}=2600 \text{ kg/m}^3$, $\nu^{(1)}=\nu^{(2)}=\nu^{(3)}=0.25$, $f^{(1)}=f^{(2)}=f^{(3)}=0.4$, $\rho_f^{(1)}=\rho_f^{(2)}=\rho_f^{(3)}=1000 \text{ kg/m}^3$, $b^{(1)}=b^{(2)}=b^{(3)}=1.0 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}$, $h^{(1)}=h^{(2)}=10.0 \text{ m}$, $\alpha^{(1)}=\alpha^{(2)}=\alpha^{(3)}=0.97$, $a_\infty^{(1)}=a_\infty^{(2)}=a_\infty^{(3)}=3.0$, $M^{(1)}=M^{(2)}=M^{(3)}=1.22 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$; 文献[11]中给出了一个均布的 x 方向的圆形简谐载荷, 其圆心在 z 轴, 圆的半径为 a , 该简谐载荷的合力为 $Pe^{i\omega t}$, 其作用面积为 A 。圆形载荷离半空间表面的距离为 $20a$ 。

图2、3给出了 x 方向的位移 u_x 以及 x 方向的剪应力 τ_{zx} 沿 z 轴的变化情形, u_x 、 z 和 τ_{zx} 已经无量纲化, $u_x^*=4\pi\mu^{(3)}au_x/P$, $z^*=z/a$, $\tau_{zx}^*=\tau_{zx}/(P/A)$ 。 z 坐标的变化区间为 $10a \sim 35a$, 无量纲频率 $\omega^*=\sqrt{\rho/\mu^{(3)}}\omega a=0.5$ 。从图2、图3中可以看出, 本文计算结果与文献[6]结果基本吻合。

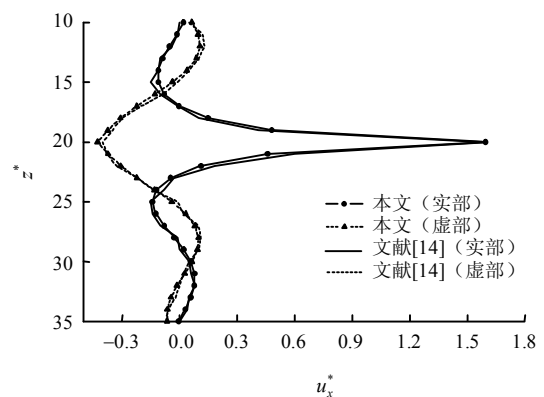
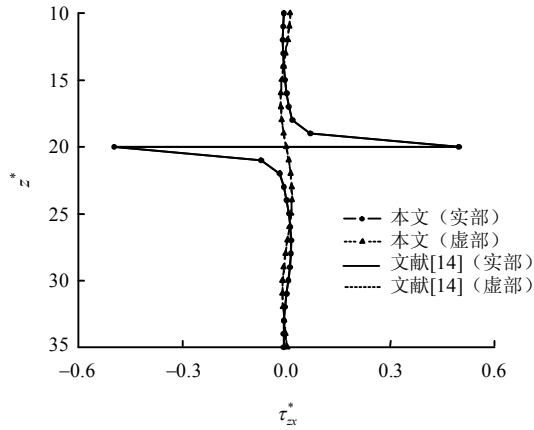
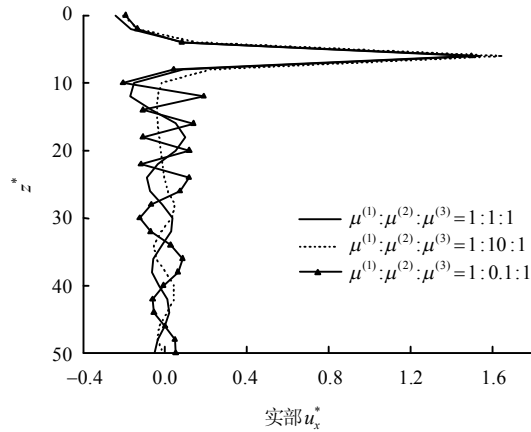
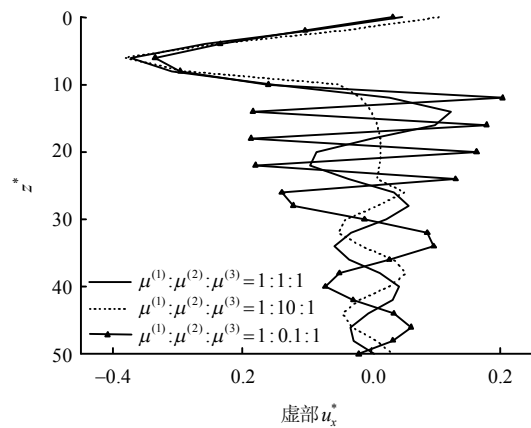


图2 x 方向位移随 z 的变化曲线

Fig.2 The variation of the dimensionless u_x along z -axis

4.2 算例2

图4~11分析了水平简谐荷载作用下饱和土层状性对位移、孔压沿深度的变化的影响, 均布的 x 方向的圆形简谐载荷, 其圆心在 z 轴, 圆的半径为

图3 x 方向剪应力随 z 的变化曲线Fig.3 The variation of the dimensionless τ_{zx} along z -axis图4 x 方向位移实部随 z 的变化曲线Fig.4 The variation of the real part of dimensionless u_x along z -axis图5 x 方向位移虚部随 z 的变化曲线Fig.5 The variation of the imaginary part of dimensionless u_x along z -axis

a ，该简谐荷载的合力为 $Pe^{i\omega t}$ ，无量纲频率 $\omega^* = \sqrt{\rho/\mu^{(3)}}\omega a = 0.5$ ，其作用面积为 A 。考察3层层状饱和土模型， $h^{(1)} = 10.0$ m， $h^{(2)} = 15.0$ m，分3

种情况：(1) $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)} = 1:1:1$ ；(2) $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)} = 1:10:1$ ；(3) $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)} = 1:0.1:1$ ， $\mu^{(3)} = 3.0 \times 10^7$ Pa，其余饱和土各层参数值与算例1相同。

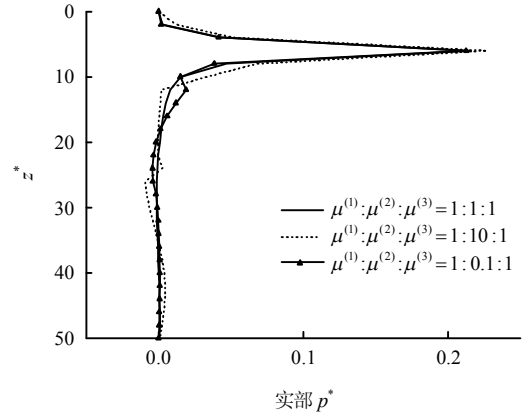
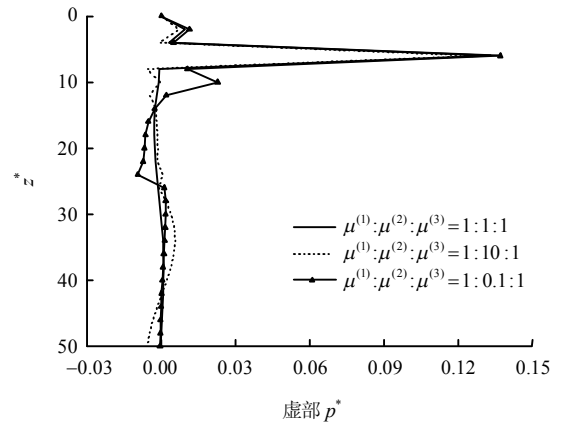
图6 孔压实部随 z 的变化曲线Fig.6 The variation of the real part of dimensionless p along z -axis图7 孔压虚部随 z 的变化曲线Fig.7 The variation of the imaginary part of dimensionless p along z -axis

图4~7中圆形荷载作用在层状饱和土第1层，离层状饱和土表面的距离为 $6a$ ；位移 u_x 无量纲化同算例1，孔压无量纲化为 $p^* = p/(P/a^2)$ 。

图8~11中圆形荷载作用在层状饱和土第2层，离层状饱和土表面的距离为 $20a$ ； z 坐标的变化区间为 $10 \sim 35a$ 。

从图4~7中可以看出，在荷载作用位置土体响应最大，当荷载作用在第1层且为较软土层，相邻土层硬土层时（第2种情况）， x 方向位移、土体孔隙水压的实部、虚部都增大，而对于荷载作用于硬土层及相邻土层为软土层时（第3种情况），情况相反，但土体位移、土体孔隙水压随深度的波动性增强。主要原因是第2层硬土层对荷载作用层的上

行、下行波矢量反射作用较强,引起土体位移、孔隙水压在第 1 层幅值增大;而第 2 层为软土层时,荷载作用层的上行、下行波矢量的透射性较强,引起土体波动性增强。

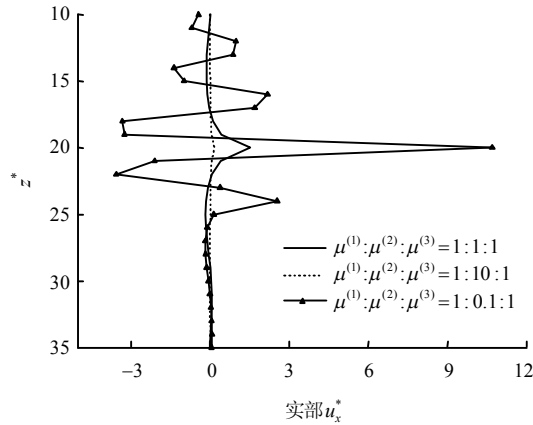


图 8 x 方向位移实部随 z 的变化曲线
Fig.8 The variation of the real part of dimensionless u_x along z -axis

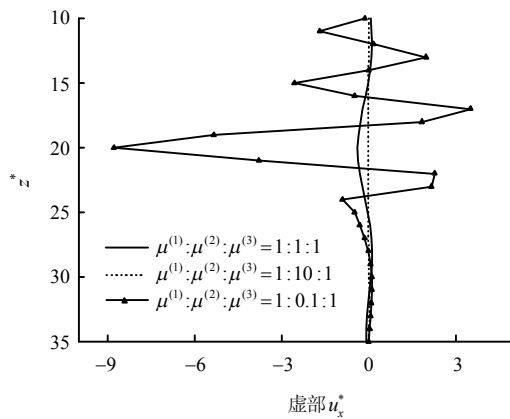


图 9 x 方向位移虚部随 z 的变化曲线
Fig.9 The variation of the imaginary part of dimensionless u_x along z -axis

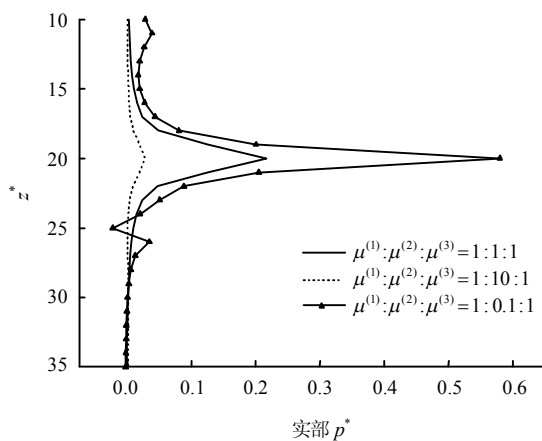


图 10 孔压实部随 z 的变化曲线
Fig.10 The variation of the real part of dimensionless p_x along z -axis

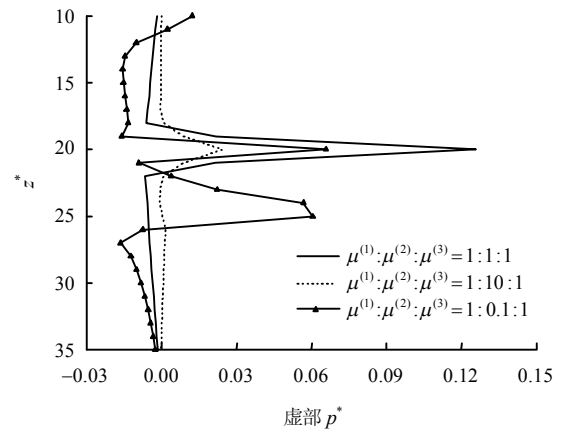


图 11 孔压虚部随 z 的变化曲线
Fig.11 The variation of the imaginary part of dimensionless p_x along z -axis

从图 8~11 中可以看出,在荷载作用位置土体响应最大,当荷载作用在第 2 层且为较软土层,相邻土层硬土层时(第 3 种情况),荷载作用层(10~25a)范围 x 方向位移、土体孔隙水压的实部、虚部都增大,且土体位移、土体孔隙水压随深度的波动性增强。而对于荷载作用于硬土层及相邻土层为软土层时(第 2 种情况),情况相反,主要原因是荷载作用层的上行、下行波矢量遇到相邻的硬土层时,硬土层对波矢量反射作用增强,引起土体位移、孔隙水压幅值增大,波动性增强。而荷载作用于硬土层及相邻土层为软土层时,荷载作用层的上行、下行波矢量的透射性较强,波矢量更容易消散。

4.3 算例 3

图 12~15 分析了不同频率水平简谐荷载作用下饱和土层状性对位移的变化影响,均布的 x 方向的圆形简谐荷载,其圆心在 z 轴,圆的半径为 a ,该简谐荷载的合力为 $Pe^{i\omega t}$,其作用面积为 A ,无量

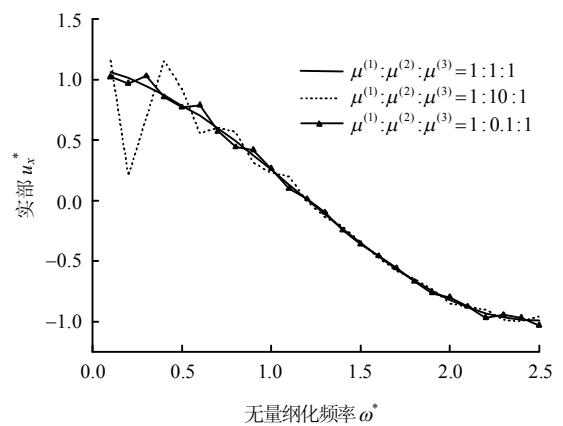


图 12 x 方向位移实部随频率的变化曲线
Fig.12 The variation of the real part of dimensionless u_x with frequency

纲频率 $\omega^* = \sqrt{\rho/\mu^{(3)}}\omega a$ 的变化区间为 $0 \sim 2.5$, 考察 3 层层状饱和土模型, $h^{(1)} = 10.0 \text{ m}$, $h^{(2)} = 15.0 \text{ m}$, 分 3 种情况: (1) $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)} = 1:1:1$; (2) $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)} = 1:10:1$; (3) $\mu^{(1)}:\mu^{(2)}:\mu^{(3)} = 1:0.1:1$, $\mu^{(3)} = 3.0 \times 10^7 \text{ Pa}$, 其余饱和土各层参数值与算例 1 相同。

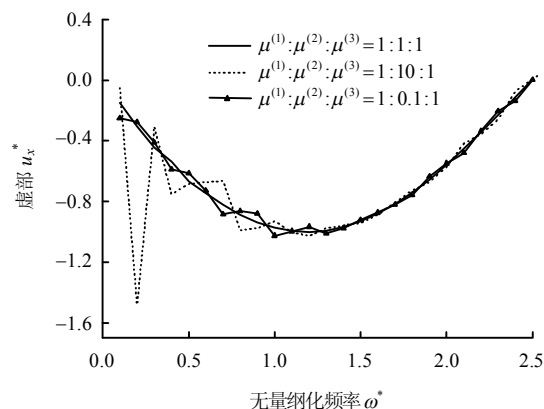


图 13 x 方向位移虚部随频率的变化曲线
Fig.13 The variation of the imaginary part of dimensionless u_x with frequency

图 12、13 中圆形荷载离层状饱和土表面的距离为 a , 考察点 $P_1(r=0, z=0)$ 的 x 方向的位移 u_x 随频率的变化。

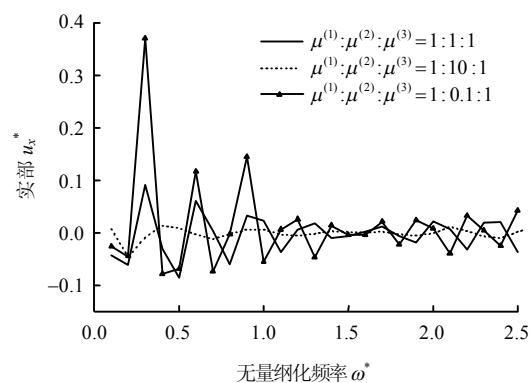


图 14 x 方向位移实部随频率的变化曲线
Fig.14 The variation of the real part of dimensionless u_x with frequency

图 14~15 中圆形荷载离层状饱和土表面的距离为 $20a$; 考察点 $P_2(r=0, z=a)$ 的 x 方向的位移 u_x 随频率的变化; 图中位移 u_x 无量纲化同算例 1。

从图 12~13 中可以看出, 当荷载作用在第 1 层, 当荷载作用层为较软土层, 相邻土层硬土层时 (第 2 种情况), x 方向位移的实部、虚部出现最大值, 而且当 $\omega^* < 0.5$ 时, 土体位移随频率变化有波

动性。

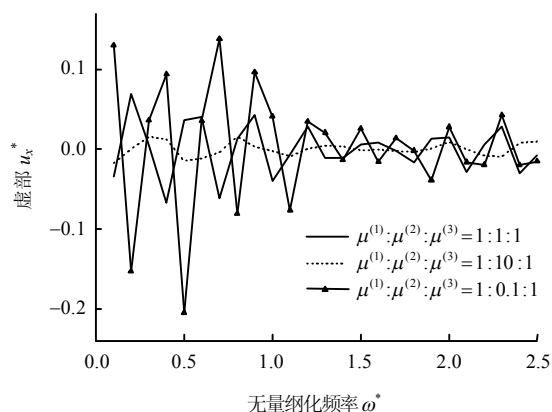


图 15 x 方向位移虚部随频率的变化曲线
Fig.15 The variation of the imaginary part of dimensionless u_x with frequency

从图 14~15 中可以看出, 当荷载作用在第 2 层且为较软土层, 相邻土层硬土层时 (第 3 种情况), 土体 x 方向位移的实部、虚部出现最大值; 而且在无量纲化频率 $0 < \omega^* < 2.5$ 范围内 x 方向位移有明显的波动性。

5 结 论

(1) 通过与实测结果比较, 验证了本文算法的正确性;

(2) 在荷载作用位置土体响应最大;

(3) 当荷载作用为较软土层, 相邻土层为硬土层时, 荷载作用层范围 x 方向位移、土体孔隙水压的实部、虚部都增大, 且土体位移、孔隙水压随深度变化的波动性增强。而荷载作用于硬土层及相邻土层为软土层时, 情况相反;

(4) 当水平简谐荷载作用在饱和土体内部较软土层时, 高频率范围内 x 方向位移会出现波动性。

参 考 文 献

- [1] JIN B, YUE Z Q, THAM L G. Stresses and excess pore pressure induced in saturated poroelastic halfspace by moving line load[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2004, 24: 25—33.
 - [2] 谢伟平, 王国波. 移动荷载作用下基于薄层单元法的土动力分析[J]. 华中科技大学学报 (城市科学版), 2004, 2: 8—11.
- XIE Wei-ping, WANG Guo-bo. Dynamic analysis of soil induced by moving load based on thin-layered element

- method[J]. **Urban Science Edition of Huazhong University of Science and Technology**, 2004, 2: 8—11.
- [3] 郭大智. 层状弹性体系力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1999.
- [4] SENJUNTICHAJ T, RAJAPAKSE R K N D. Exat stiffnedd method for quasi-statics of a multi-layered poroelastic medium[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1995, 32: 1535—1553.
- [5] LUCO J E, APSEL R J. On the Green's functions for a layered half-space: Part I [J]. **Bulletin Seismetic Social America**, 1983, 73: 909—929.
- [6] APSEL R J, LUCO J E. On the Green's functions for a layered half-space: Part II [J]. **Bulletin Seismetic Social America**, 1983, 73: 931—951.
- [7] LU J F, HANYGA A. Fundamental solution for a layered porous half space subject to a vertical point force or a point fluid source[J]. **Computational Mechanics**, 2005, 35(5): 376—391.
- [8] XU B, LU J F, WANG J H. Dynamic response of a layered and water-saturated poro-elastic half-space subjected to a moving load[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35: 1—10.
- [9] BIOT M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. **Journal of Acoustic Society of America**, 1962, 34: 1254—1264.
- [10] SNEDDON I N. Fourier transforms. New York, NY: McGraw-Hill, 1951.
- [11] LU J F, JENG D S, NIE W D. Dynamic response of a pile embedded in a porous medium and subjected to plane SH waves[J]. **Computers and Geotechnics**, 2006, 33: 404—418.
- [12] BONNET G. Basic singular solutions for poroelastic medium in the dynamic range[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1987, 82: 1758—1762.
- [13] MUKI R. Asymmetric problem of the theory of elasticity for a semi-infinite solid and a thick plate[C]//Progress in Solid Mechanics 1. New York: Interscience, Amaterdam North Holland, 399, 1960.
- [14] LU J F, WANG J H, SHEN W P. The Green's function of the harmonic horizontal force applied at the interior of the saturated half-space soil[J]. **ACTA Seismologica Sinica**, 2000, 14: 196—202.

上接第 2632 页

- [7] 张雪松, 屠毓敏, 龚晓南, 等. 软黏土地基中挤土桩沉降时效性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3365—3369.
- ZHANG Xue-song, TU Yu-min, GONG Xiao-nan, et al. Time-dependency analysis of soil compaction pile in soft clay ground[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3365—3369.
- [8] 王旭东, 王伟, 宰金珉. 沉桩引起的超孔隙水压力及其消散的三维解析解[J]. 南京工业大学学报, 2002, 24(6): 16—19.
- WANG Xu-dong, WANG Wei, ZAI Jin-min. 3-dimension analytical formula for excess pore water pressure resulted from pile driving[J]. **Journal of Nanjing University of Technology**, 2002, 24(6): 16—19.
- [9] 屠毓敏. 承受超载作用的桩基性状研究[J]. 土木工程学报, 2002, (35): 79—82.
- TU Yu-min. Study on the behavior of pile foundation under overload[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2002, (35): 79—82.
- [10] CHOW Y K. Analysis of vertically loaded pile groups[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 10(1): 59—72.
- [11] 姚笑青. 桩基沉降的实践与负摩阻力的理论分析[博士学位论文 D]. 上海: 同济大学, 1999.